

2de bach HIR

# Electromagnetisme

Smvt Theorie - Peremans



quickprinter  
Koningstraat 13  
2000 Antwerpen  
[www.quickprinter.be](http://www.quickprinter.be)

UA – 2de bachelor Handelsingenieur

# Elektromagnetimse

Prof. H. Peremans

Boek: Fundamentals of Physics

Lesnota's bij het vak Elektromagnetisme

# Inhoud

1. Elektrische lading .....	5
Inleiding.....	5
Elektrische lading .....	5
Geleiders en Isolators.....	6
Geïnduceerde lading .....	6
Wet van Coulomb.....	6
Lading is gekwantiseerd .....	7
Behoud van lading.....	8
Samenvatting 1 .....	9
2. Elektrische velden .....	10
Inleiding.....	10
Het elektrisch veld.....	10
Elektrische veldlijnen .....	11
Het elektrische veld als gevolg van een puntlading .....	12
Een puntlading in een elektrisch veld .....	12
Een dipool in een elektrisch veld .....	13
Samenvatting 2 .....	15
3. Wet van Gauss.....	16
Inleiding.....	16
Flux .....	16
Flux van het elektrisch veld .....	17
Wet van Gauss .....	18
Wet van Gauss en Wet van Coulomb.....	19
Een geïsoleerde geleider .....	19
Toepassing van de wet van Gauss: Cilindrische symmetrie .....	20
Toepassing van de wet van Gauss: Sferische symmetrie .....	20
Samenvatting 3 .....	21
4 Elektrische potentiaal.....	22
Inleiding.....	22
Elektrische potentiële energie .....	22
Elektrische potentiaal.....	22
Equipotentiaaloppervlakken .....	23
Potentiaal afleiden uit het veld .....	23
Potentiaal als gevolg van een puntlading .....	24
Potentiaal als gevolg van een groep van puntladingen .....	24
Berekenen van een veld uit de potentiaal (E berekenen uit V) .....	24

Elektrische pot. energie van een systeem van puntladingen.....	25
Potentiaal van een geladen geïsoleerde geleider .....	25
Samenvatting 4 .....	26
5. Capaciteit .....	28
Inleiding.....	28
Capaciteit .....	28
Capaciteit berekenen .....	29
Condensatoren in parallel- en serieschakelingen .....	30
Condensator met diëlectricum .....	32
Diëlektrica: een atomaire benadering .....	33
Diëlektrica en de wet van Gauss .....	34
Samenvatting 5 .....	36
6. Stroom en weerstand.....	37
Inleiding.....	37
Elektrische stroom .....	37
Stroomdichtheid .....	38
Weerstand en resistiviteit .....	39
Wet van Ohm .....	40
Microscopische beschouwingen .....	40
Energie-omzetting in elektrische kringen .....	41
Samenvatting 6 .....	42
7. Stroomkringen.....	43
Inleiding.....	43
Pompende ladingen .....	43
Arbeid, Energie en Emf.....	43
Lusstroom berekenen .....	44
Andere enkele-lus stroomkringen.....	45
Potentiaalverschil tussen 2 punten.....	46
Verschillende lussen stroomkringen .....	46
Elektrische vissen .....	47
Samenvatting 7 .....	48
Fysica van elektronische elementen .....	50
Materie en energie.....	50
Het klassieke atoommodel.....	50
Het atoommodel van Bohr.....	51
Fysica van de vaste toestand .....	52
Het kristal .....	52

Vrije oppervlakte .....	56
Het fasecontact .....	57
Halfgeleiding .....	58
Intrinsieke halfgeleiders .....	58
Extrinsieke halfgeleiders .....	61
De PN-overgang of PN-junctie .....	63
1. Magnetische velden .....	67
Inleiding.....	67
Hoe wordt een magnetisch veld veroorzaakt? .....	67
Definitie van het magnetisch veld.....	68
Ontdekking van het elektron .....	70
Het Hall effect .....	71
Beweging van lading in $\mathbf{B}$ .....	73
Magnetische kracht op een stroomvoerende geleider .....	76
Moment in een stroomkring .....	77
Magnetisch dipoolmoment.....	79
Samenvatting .....	80
2. Magnetische velden tgv elektrische stroom .....	81
Inleiding.....	81
Een magnetisch veld agv een stroom berekenen .....	81
Magnetische kracht op stroomvoerende geleider.....	82
2 parallelle stroomvoerende rechte geleiders .....	83
Wet van Ampère .....	84
Magnetisch veld van een spoel .....	85
Samenvatting .....	88
3. Inductie en inductantie .....	89
Inleiding.....	89
Twee experimenten .....	89
Inductiewet van Faraday .....	90
Wet van Lenz.....	91
Inductie en energie transfer.....	92
Geïnduceerde elektrische velden.....	94
Inductantie .....	95
Zelfinductie .....	96
Samenvatting .....	98

# 1<sup>e</sup> sem: Elektromagnetisme

## 1. Elektrische lading

### Inleiding

- **Elektromagnetisme** is de combinatie van elektrische en magnetische fenomenen  
Het is de theorie en toepassing van elektrische en magnetische velden
- Bv. Computer → Scherm voeding, moederbord, schrijfeenheid → *magn.*  
→ Behuizing, kabels, printer → *elektr.*
- Elektriciteit, magnetisme en optica kunnen niet onafhankelijk van elkaar beschreven worden  
→ Wetten van Maxwell (Maxwell heeft de ideeën van Faraday in een wiskundige vorm gegoten)

### Elektrische lading

- Elk voorwerp heeft een enorme hoeveelheid elektrische lading
- **Elektrische lading** is een natuurkundige grootte (symbool  $Q$  of  $q$ ) die aangeeft op welke manier een deeltje wordt beïnvloed door elektrische en magnetische velden  
Het is een intrinsieke eigenschap van de fundamentele deeltjes waaruit die voorwerpen bestaan; dwz dat het een eigenschap is die automatisch komt met die deeltjes, waar ze bestaan
- Eenheid van lading: Coulomb (C) = 1 ampère (A) \* seconde (s)
- 2 soorten ladingen: voorwerpen kunnen zowel *positief* als *negatief* geladen zijn
  - Gelijke hoeveelheid positieve als negatieve lading → "in evenwicht"  
Het voorwerp is dan elektrisch neutraal, het heeft geen netto-lading
  - Als het nt in evenwicht is, dan is het voorwerp geladen en is er wel een netto-lading
  - Het onevenwicht is altijd veel kleiner dan de totale hoeveelheden positieve en negatieve lading die in het voorwerp aanwezig zijn
- Geladen deeltjes werken op elkaar in door krachten op elkaar uit te oefenen
- Ladingen van dezelfde polariteit stoten elkaar af = afstoting

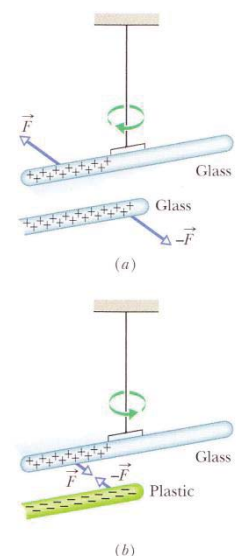


En ladingen van tegengestelde polariteit trekken elkaar aan

= aantrekking



- Bv.
  - Glazen staaf opwrijven met zijde → de staaf verliest negatieve lading → glazen staaf wordt positief geladen
  - 2 opgewreven glazen staven zorgen voor afstoting
  - Als we nu een plasticen staaf opwrijven met wol → de staaf verliest positieve lading → de plasticen staaf wordt negatief geladen
  - Een opgewreven plasticen en een opgewreven glazen staaf zorgen voor aantrekking
- **Elektrostatica** → ladingen zijn of stilstaand oftewel bewegen ze zich heel traag



## Geleiders en Isolators

- De materialen kunnen onderverdeeld worden in 2 groepen:
  - **Geleider** = materiaal waarin ladingsdragers vrij kunnen bewegen  
Bv. metalen, menselijk lichaam...  
*In een goede geleider zijn nagenoeg alle  $e^-$  vrij = geleidingse<sup>-</sup>*  
*Wnr pos. vw in de buurt vd geleider  $\rightarrow e^-$  bewegen snel nr die kant  $\Leftrightarrow$  Wnr neg. vw in de buurt vd geleider  $\rightarrow$  snel nr de andere kant*  
*! Vrije elektronen kunnen het voorwerp niet zo makkelijk verlaten!*
  - **Isolator** = materiaal waarin ladingsdragers niet kunnen bewegen  
 $\rightarrow$  geen geleiding van lading  
Bv. glas, plastic, hout, rubber...  
*In een isolator zijn er nagenoeg geen vrije  $e^-$*
- Ook nog:
  - **Halfgeleider** (HG) = materiaal dat tussen een geleider en een isolator inligt = tussencategorie  
Bv. Silicium, Germanium...  
*In een HG zijn er veel minder vrije  $e^-$  dan in een geleider*
  - **Supergeleider** = materiaal dat een perfecte geleider is, dat toelaat dat de lading zich kan bewegen zonder enige hinder te ondervinden (de lading kan zich door het voorwerp bewegen, zonder energie te verliezen) (weerstand = 0)
- Voor ons zijn enkel geleider en isolator van belang

## Geïnduceerde lading

- Positief geladen staaf in de buurt van een neutrale metalen staaf (niet rakend)  
 $\rightarrow$  De vrije elektronen bewegen in de richting vd uitwendige positieve lading, waardoor een positieve lading achterblijft aan het tegenoverliggende uiteinde vd staaf  
 $\rightarrow$  Er wordt een lading geïnduceerd aan beide uiteinden = ladingen zijn gescheiden. De nettolading van de staaf blijft nul!
- Ladingscheiding ook mogelijk in niet-geleiders!  
 $\rightarrow$  Elektronen kunnen nagenoeg niet vrij bewegen binnen de niet-geleider, MAAR ze kunnen zich enigszins bewegen binnen hun eigen atomen en moleculen  $\rightarrow$  geladen voorwerp dat bij een isolator gehouden wordt veroorzaakt een ladingscheiding binnen de moleculen van de isolator

## Wet van Coulomb

- Kracht die 2 elektrische (punt)ladingen op elkaar uitoefenen  
 $\rightarrow$  als beide ladingen *positief* zijn, of als beide ladingen negatief zijn, oefenen ze een *afstotende kracht* op elkaar uit (afstoting)  
 $\rightarrow$  als hun tekens *tegengesteld* zijn, dan *trekken* ze elkaar *aan* (aantrekking)
- Laat 2 puntladingen ladingen  $q_1$  en  $q_2$  hebben en op een afstand  $r$  verwijderd zijn van elkaar. Dan is de elektrostatiche kracht van de aantrekking of afstoting tussen deze 2 puntladingen gelijk aan:  $F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$  met  $k$  de elektrostatiche cte.

- **k = elektrostatistische constante** =  $8,99 * 10^9 Nm^2/C^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ 
  - Met  $\epsilon_0 = 8,85 * 10^{-12} C^2/Nm^2$ 
    - = de elektrische veldconstante
    - = de diëlektrische constante
    - = de permittiviteitsconstante
- $\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} * \vec{e}_{q_1 q_2}$ 
  - Met  $\vec{e}_{q_1 q_2}$  = de eenheidsvector (lengte = 1), geeft de richting aan (van  $q_1$  naar  $q_2$ )
  - Kracht voorstellen als een vector
    - Vector bestaat uit 3 delen:
      - Zin (hangt af van het teken)
      - Richting (aangegeven door de eenheidsvector  $\vec{e}_{q_1 q_2}$ )
        - = *altijd langs de verbindinglijn van de 2 ladingen*
      - Grootte (hier gelijk aan  $k \frac{q_1 q_2}{r^2}$ )
- We kunnen de **wet van Coulomb** nog herschrijven:

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} * \vec{e}_{q_1 q_2} = F * \vec{e}_{q_1 q_2}$$

- Wat de vorm betreft lijkt de wet van Coulomb sterk op de gravitatiewet (= *wet vd universele zwaartekracht*) ( $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ ), maar de Coulombkracht (= elektrische kracht) kan, in tegenstelling tot de zwaartekracht, ook afstotend zijn.
  - ➔ *Zwaartekracht* is altijd een aantrekkingskracht (dus altijd positief)
  - ➔ *Elektrische kracht* kan zowel aantrekkend als afstotend zijn
- Als er meerdere puntladingen aanwezig zijn, is de resulterende kracht op een willekeurige lading de vectorsom van de krachten die door alle andere ladingen erop uitgeoefend worden
  - ➔ principe van superpositie:

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{14} + \dots$$

$$\vec{F}_1 = F_{12} * \vec{e}_{q_1 q_2} + F_{13} * \vec{e}_{q_1 q_3} + F_{14} * \vec{e}_{q_1 q_4} + \dots$$

Bv.

## Lading is gekwantiseerd

- Dit is een eigenschap van lading
- “Lading is gekwantiseerd” ➔ lading bestaat uit een veelvoud van een basiseenheid (= elektronlading = elementaire lading)
  - ➔ Elektrische lading bestaat alleen in discrete hoeveelheden
- Elke lading kan geschreven worden als  $q = n * e$  met
  - $q$  = lading
  - $n$  = positief of negatief geheel getal
  - $e$  = elementaire lading =  $1,60 * 10^{-19} C$



- Atoom bestaat uit neutronen, protonen en elektronen
  - **Neutronen** zijn elektrisch neutraal (hebben geen lading)  $q_n = 0$
  - **Protonen** zijn positief geladen  $q_p = +e$
  - **Elektronen** zijn negatief geladen  $q_e = -e$

*Massa van een elektron =  $9,11 * 10^{-31} kg$*

- Protonen en elektronen zijn even groot, mr hebben een tegengesteld teken

## Behoud van lading

- Dit is een andere eigenschap van lading
- Wet van behoud van elektrische lading
  - De netto hoeveelheid elektrische lading die geproduceerd wordt in een willekeurig proces is altijd nul
  - Het is niet mogelijk om netto elektr lading te genereren of te vernietigen
- Bij het opwrijven van de staven (in het begin) wordt er geen lading gecreëerd, maar wordt de lading verplaatst van de staaf naar de stof (zijde/wol).
- Toepassing: PET-scanner = positron emissie tomografie scanner
  - Er wordt een radioactief isotoop toegediend aan de patiënt
  - Dit zet zich vast op de plaats van het probleem
  - $e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma$ 
    - $e^+$  = positron = antideeltje van  $e^-$
  - Annihilatie: positron en elektron vernietigen elkaar  $\rightarrow$  dit levert heel veel energie op (omzetting gebeurt in de vorm van een gammastraal)
  - Per paar dat annihileert  $\rightarrow$  2 fotonen gammastralen
  - Gammastraal wordt gedetecteerd door een ring met honderden detectoren

## Samenvatting 1

- **Elektrische lading:**
  - De sterkte van de elektrische interactie van een deeltje met voorwerpen er omheen hangt af van de elektrische lading, die oftewel positief of negatief is
  - Ladingen met hetzelfde teken stoten elkaar af en ladingen met een tegengesteld teken trekken elkaar aan
  - Een voorwerp met gelijke hoeveelheden van de 2 soorten ladingen, is in evenwicht en is elektrisch neutraal
  - Een voorwerp dat niet in evenwicht is, is elektrisch geladen
- **Geleiders en isolatoren:**
  - Geleiders zijn materialen waarin een groot deel van de geladen deeltjes (elektronen in metalen) vrij kunnen bewegen
  - De geladen deeltjes in isolators kunnen niet vrij bewegen
- **De coulomb en ampère:**
  - De SI eenheid van lading is de Coulomb (C). Het is gedefinieerd in termen van de eenheid van stroom, de ampère, als de lading een bepaald punt in 1 seconde passeert als er een stroom van 1 ampère is in dat punt:  $1 C = (1 A)(1 s)$
  - Dit is gebaseerd op de relatie tussen de stroom  $i$  en de verhouding  $\frac{dq}{dt}$  met de welke de stroom passeert in een punt:  $i = \frac{dq}{dt}$  (elektrische stroom)
- **Wet van Coulomb:**
  - Deze wet beschrijft de elektrostatische kracht tussen 2 puntladingen  $q_1$  en  $q_2$  die verwijderd zijn van elkaar op een afstand  $r$ 
$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} * \vec{e}_{q_1 q_2}$$
  - Hier is  $\epsilon_0 = 8,85 * 10^{-12} C^2 / Nm^2$  de permittiviteitsconstante en  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = k =$  de elektrostatische constante  $= 8,99 * 10^9 Nm^2 / C^2$
  - De kracht van de aantrekking of afstoting tussen puntladingen in rust treedt op op de lijn tussen de 2 puntladingen
  - Als er meer dan 2 puntladingen zijn  $\rightarrow$  dan kan de netto kracht voor elke lading gevonden worden door het superpositiebeginsel te gebruiken
- **De elementaire lading:**
  - De elementaire lading  $e = 1,60 * 10^{-19} C$
  - Eigenschappen van lading:
    - *Elektrische lading is gekwantiseerd*: elke lading kan geschreven worden als  $ne$ , waar  $n$  een positief of een negatief geheel getal is en  $e$  een constante die de elementaire lading wordt genoemd
    - *Behoud van lading*: de netto-lading van een geïsoleerd systeem kan niet veranderen

## 2. Elektrische velden

### Inleiding

- Vorig hoofdstuk: Wet van Coulomb → “kracht op afstand”  
Maar hoe weet lading  $q_2$  af van het bestaan van  $q_1$  of van een verandering van  $q_1$ ?
- Invoeren van een elektrisch veld rond de lading
- Veranderingen aan het elektrisch veld = elektromagnetische golven

### Het elektrisch veld

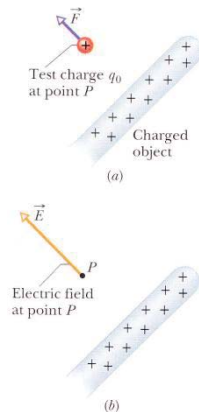
- Het **elektrisch veld** is een vector veld: Het bestaat uit een verdeling van de vectoren, een voor elk punt in de regio rond een geladen voorwerp
- Het elektrisch veld is gedefinieerd in elk punt van de ruimte  
→ vanuit elke lading breidt het elektrische veld zich uit en vult de hele ruimte
- Elektrisch veld definiëren:

- We plaatsen een positieve testlading  $q_0$  in het punt P, dichtbij het geladen voorwerp. Op deze testlading  $q_0$  werkt een electrostatische kracht  $\vec{F}$
- We definiëren het elektrisch veld  $\vec{E}$  in het punt P als gevolg van het geladen voorwerp als volgt:  $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$  (elektrisch veld)

→ *Het elektrisch veld in een willekeurig punt in de ruimte is gedefinieerd als de kracht  $\vec{F}$  die uitgeoefend wordt op een minuscule positieve testlading in dat punt, gedeeld door de grootte van de testlading  $q$*

- Vector:
  - De grootte van het elektrisch veld =  $\frac{F}{q_0}$
  - De richting van het elektrisch veld is gelijk aan de richting van  $F$  ( $\vec{F}$ )
  - De zin hangt af van het teken

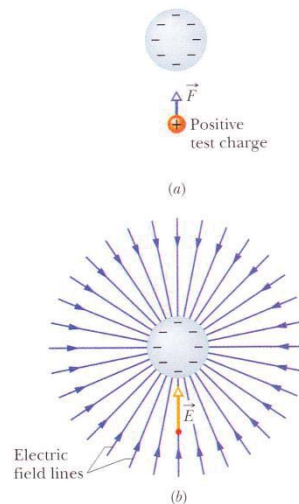
- De SI-eenheid voor het elektrisch veld is newton per coulomb  $\left(\frac{N}{C}\right)$
- Ook al gebruiken we een positieve testlading om het elektrisch veld te construeren van een geladen voorwerp, het veld bestaat onafhankelijk van de testlading. Het veld in punt P (op de tekening) bestond al voor dat de testlading er was en zal ook nog blijven bestaan als de testlading weg is. (De testlading heeft dus geen invloed op de ladingsverdeling van het geladen voorwerp)  
→ De testlading is zo klein dat de kracht die deze zelf uitoefent geen significante invloed heeft op de ladingen die het veld veroorzaken



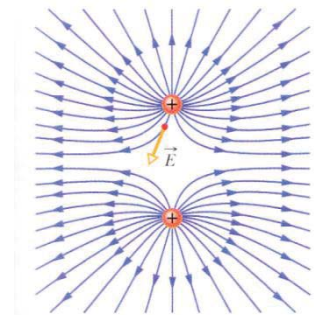
## Elektrische veldlijnen

- **Elektrische veldlijnen** → om patronen in elektrische velden te visualiseren
- *Relatie* tussen elektrische veldlijnen en elektrische veldvectoren:
  - In elk punt geeft de richting van een rechte veldlijn of de raaklijn van een gebogen veldlijn de richting aan van het elektrisch veld  $\vec{E}$  in dat punt
  - Het aantal veldlijnen per oppervlakte-eenheid, dat loodrecht op het elektrisch veld staat, is evenredig met de grootte van het elektrisch veld  $\vec{E}$
- Dus  $E$  is *sterk* als de veldlijnen dichtbij elkaar staan en *zwak* als de veldlijnen ver van elkaar verwijderd zijn (*weinig veldlijnen* → *zwak elektrisch veld* & *veel veldlijnen* → *sterk elektrisch veld*)
- ! Elektrische veldlijnen kunnen elkaar nooit snijden → Het elektrisch veld kan geen 2 richtingen hebben in hetzelfde punt en niet meer dan 1 kracht op een testlading uitoefenen.
- Dichtbij de puntlading: veel veldlijnen → klein, sterk elektrisch veld  
Ver van de puntlading: veldlijnen staan veel verder uit elkaar → zwak veld, maar veel groter
- Elektrische veldlijnen gaan weg van een positieve lading (*afstoting*) en gaan richting een negatieve lading (*aantrekking*) (want we werken met positieve testladingen)
- Negatieve lading:

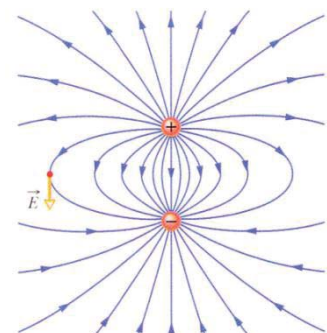
→ veldlijnen gaan naar het negatieve toe  
(vh positieve nr het negatieve gericht)



- 2 positieve ladingen:  
2 positief geladen puntladingen → De ladingen stoten elkaar af!  
Het elektrisch veld voor 1 punt is aangeduid op de tekening! Het is de raaklijn aan de veldlijn in dat punt  
*Veldlijnen gaan van positieve pool weg*



- Dipool:  
De veldlijnen voor een positieve puntlading en een dichtbij gelegen negatieve puntlading zijn gelijk in grootte. De ladingen trekken elkaar aan.  
Ook hier is het elektrisch veld in 1 punt aangeduid → het is de raaklijn aan de veldlijn in dat punt  
Veldlijnen gericht van de positieve lading naar de negatieve lading



## Het elektrische veld als gevolg van een puntlading

- Het elektr veld veroorzaakt dr een puntlading  $q$  in een willekeurig punt op een afstand  $r$  vd puntlading
  - positieve puntlading  $q_0$  in dat willekeurig punt plaatsen
  - $\vec{F} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} * \vec{e}_{qq_0}$  →  $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} * \vec{e}_{qq_0}$  (puntlading)
    - De richting van  $\vec{F}$ :
      - Weg van de puntlading gericht als  $q$  positief is
      - Naar de puntlading gericht als  $q$  negatief is
    - ⇒ De richting van  $\vec{E}$  is hetzelfde als die van  $\vec{F}$ 
      - Weg vd puntlading als  $q$  positief is
      - Naar de puntlading toe als  $q$  negatief is
  - Als er meer dan één puntlading is
    - Het elektr veld veroorzaakt door een groep van  $n$  puntladingen (principe van superpositie)
    - $\vec{F}_0 = \vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} + \vec{F}_{03} + \dots = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$
    - $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{q_0} * \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \sum_{i=1}^n \frac{\vec{F}_i}{q_0} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$
  - Continue ladingsverdeling (superpositiebeginsel uitbreiden) – belangrijk voor OEF.
    - Als lading gelijkmatig (homogeen) verdeeld is → ladingverdeling splitsen in een oneindig groot aantal kleine ladingen  $dq$ , die zich allemaal gedragen als een minuscule puntlading
    - Dus: Continue ladingsverdeling opsplitsen in elementaire bijdragen:  $dq$
    - Veld bepalen tgv elementaire lading:

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} * \vec{e}_{dq}$$

- Elementaire veldbijdragen optellen:

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} * \vec{e}_{dq}$$

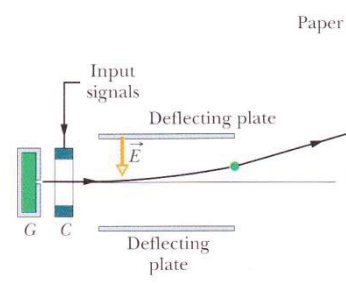
## Een puntlading in een elektrisch veld

- Anders dan de vorige puntjes: hier gaan we bepalen wat er gebeurt met een geladen deeltje als het in een elektrisch veld komt, dat opgewekt is door andere stationaire of traag bewegende ladingen.
- De elektrostatische kracht die een puntlading  $q$  in een extern elektrisch veld (veroorzaakt door andere stationaire of traag variërende ladingen), ondervindt:

$$\vec{F} = \vec{a} * m = q * \vec{E} \quad (! \text{ niet in Form. !})$$

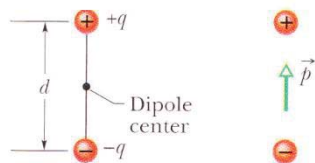
- $\vec{F} = q * \vec{E}$ 
  - Met  $q$  = lading van het deeltje
    - Als  $q$  negatief is → dan hebben  $\vec{E}$  en  $\vec{F}$  tegengestelde richting
    - Als  $q$  positief is → dan hebben  $\vec{E}$  en  $\vec{F}$  dezelfde richting
  - En  $\vec{E}$  = het externe elektrische veld, opgewekt door andere lading
- $\vec{F} = \vec{a} * m$ 
  - $a$  = versnelling en  $m$  = massa vh deeltje
  - Versnelling teweeg gebracht door het veld =  $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q * \vec{E}}{m}$

- Bv. Ink-jet printer
  - Druppels worden uit een generator G geschoten en krijgen een lading in de ladingseenheid (charging unit C).
  - Een inputsignaal van de computer controleert de lading die aan elke druppel wordt toegekend en dus ook het effect van het elektrisch veld  $\vec{E}$  van elke druppel en de positie op het papier waar de druppel terecht komt.
  - Op deze tekening is de groene druppel negatief geladen, hij beweegt zich tss de 2 platen, van waaruit een uniform elektrisch veld naar beneden gaat (van + naar -) dus een - geladen deeltje gaat naar boven op het blad en een + geladen deeltje gaat naar onder op het blad
  - Er zijn ongeveer 100 kleine druppels nodig voor een enkele karakter.

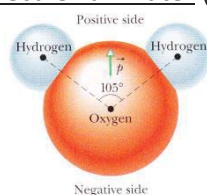


## Een dipool in een elektrisch veld

- Elektrisch dipool:
  - Figuur
    - Links: Elektrisch dipool
    - Rechts: Het dipoolmoment  $\vec{p}$

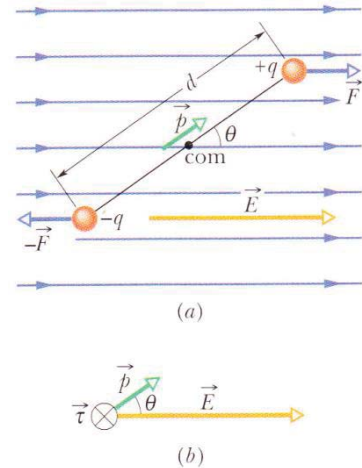


- Het dipoolmoment  $\vec{p}$  van een elektrisch dipool is een vector dat van het negatieve einde naar het positieve einde wijst van de dipool.  $\vec{p} = q * d\vec{e}_{-qq}$
- Een molecule van water (H<sub>2</sub>O) is een elektrisch dipool



- Er zijn drie kernen (aangeduid door een bolletje) en de drie gekleurde ingesloten gebieden vertegenwoordigen de regio's waar de elektronen zich kunnen bevinden rond de kernen
- Het dipoolmoment wijst van de (negatieve) zuurstofzijde naar de (positieve) waterstofzijde van de molecule
- Gedrag van een dipool in een homogeen elektrisch veld
  - Elektrisch veld is uniform dus de netto-kracht die op de dipool uitgeoefend wordt door het veld is gelijk aan nul (-F en +F)
  - Maar de krachten uitgeoefend op de geladen uiteindes zorgen voor een netto draaimoment  $\vec{\tau}$  op de dipool

- $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$   
 $\rightarrow \tau = p * E * \sin \theta$
- Tekening:
  - (a): Een elektrisch dipool in een uniform extern elektrisch veld  $\vec{E}$ . De 2 middelpunten van de gelijke maar tegengestelde ladingen (-q en +q) zijn verwijderd van elkaar met een afstand d.
  - (b): Het elektrische veld  $\vec{E}$  veroorzaakt een draaimoment  $\vec{\tau}$  op de dipool. De richting van  $\vec{\tau}$  is in het blad, voorgesteld door het symbool  $\otimes$



- Bv. microgolfoven obv elektromagnetische golven eten bevat H<sub>2</sub>O (dipolen)  $\rightarrow$  daar worden golven op afgestuurd die zorgen voor fluctuaties v.h. elektrisch veld (veld met steeds omdraaiende polen  $+\leftrightarrow-$ ) en dus van H<sub>2</sub>O moleculen: deze beweging  $\rightarrow$  warmte via wrijving

## Samenvatting 2

- **Elektrisch veld:**
  - Een manier om de elektrostatische kracht tussen twee ladingen uit te leggen is dat elke lading een elektrisch veld opwekt in de ruimte rond die lading
  - De elektrostatische kracht die op een bepaalde lading inwerkt, wordt dan door het elektrische veld opgewekt door de andere lading
- **Definitie van het elektrisch veld:**
  - Het elektrische veld  $\vec{E}$  in elk punt is gedefinieerd in termen van de elektrostatische kracht  $\vec{F}$  dat zou worden uitgeoefend op een positieve testlading  $q_0$  in dat punt.
  - $$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$
- **Elektrische veldlijnen:**
  - Deze lijnen zorgen ervoor dat we de richting en de grootte van elektrische velden kunnen visualiseren
  - De elektrische veldvector in eender welk punt is de raaklijn aan de veldlijn door dat punt.
  - De dichtheid vd veldlijnen in eender welk gebied is recht evenredig aan de grootte van het elektrisch veld in dat gebied
  - Veldlijnen vertrekken bij de positieve ladingen en komen aan in de negatieve ladingen
- **Elektrisch veld agv een puntlading:**
  - De grootte van het elektrische veld opgewekt door een puntlading  $q$ , dat op een afstand  $r$  van de puntlading verwijderd is, is gelijk aan
$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} * \vec{e}_{qq_0}$$
  - De richting van het elektrische veld  $\vec{E}$  is weg van de puntlading als de lading positief is en naar de puntlading toe als de lading negatief is
- **Een puntlading in een elektrisch veld:**
  - Als een puntlading  $q$  in een extern elektrisch veld  $\vec{E}$ , wat opgewekt wordt door een andere lading, geplaatst wordt, dan is de elektrostatische kracht dat op de puntlading inwerkt gelijk aan  $\vec{F} = q * \vec{E}$
  - De kracht  $\vec{F}$  heeft dezelfde richting als het elektrisch veld  $\vec{E}$  als  $q$  positief is en als  $q$  negatief is hebben ze een tegengestelde richting
- **Dipool in een elektrisch veld:**
  - Een elektrisch dipool bestaat uit 2 geladen delen, ze hebben dezelfde grootte, maar tegengesteld teken ( $-q$  en  $+q$ ). Deze 2 ladingen liggen op een afstand  $d$  van elkaar.
  - Het elektrisch dipoolmoment heeft een grootte  $dq$  en wijst van de negatieve lading naar de positieve lading.
  - Wanneer een elektrisch dipool met een dipool moment  $\vec{p}$  in een elektrisch veld wordt geplaatst, dan oefent het veld een draaimoment  $\vec{\tau}$  uit op het dipool  $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$   
 $\rightarrow \tau = p * E * \sin \theta$



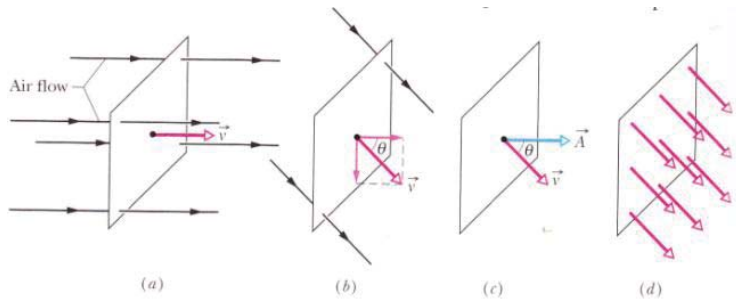
### 3. Wet van Gauss

#### Inleiding

- **Wet van Gauss** = Alternatieve vorm vd wet van Coulomb
- Deze wet maakt gebruik van *symmetrie* bij het oplossen van problemen
- En maakt gebruik van het Gaussisch oppervlak
  - *Gaussisch oppervlak* = een willekeurig gesloten oppervlak
  - Deze oppervlakte deelt de ruimte op in een binnen en een buitenvolume
- Wet van Gauss geeft het verband tussen het elektrisch veld op elk punt van het Gaussisch oppervlak en de netto-lading in gesloten door dat oppervlak

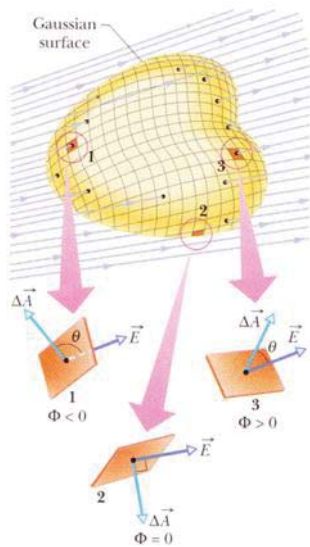
#### Flux

- **Flux**  $\phi$  = een maat voor het aantal veldlijnen door een oppervlakte = hoeveelheid doorstromen door een oppervlakte heen per tijdseenheid
- Bv. debiet luchtstroom: hoeveel lucht stroomt er met een snelheid  $\vec{v}$  door oppervlakte A?

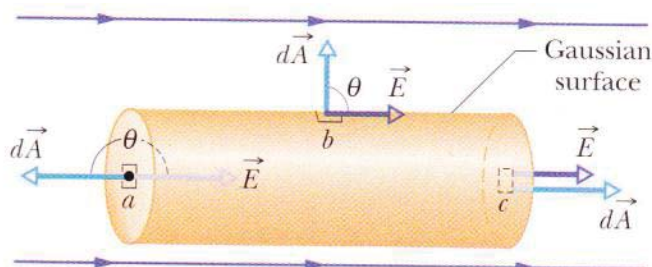


- (a) Een uniforme luchtdoorstroom met een snelheid  $\vec{v}$  staat loodrecht op het vlak  $\rightarrow \phi = v * A$  (want  $\cos\theta = \cos 90^\circ = 1$ )
- (b) De component van de snelheid  $\vec{v}$ , die loodrecht op het vlak staat is  $v * \cos\theta$ , en  $\theta$  is de hoek tussen de  $\vec{v}$  en de normaalvector op het vlak  $\rightarrow \phi = v * A * \cos\theta$
- (c) De oppervlaktevector  $\vec{A}$  staat loodrecht op het vlak en maakt een hoek  $\theta$  met de snelheid  $\vec{v}$   $\rightarrow \phi = v * A * \cos\theta = \vec{v} * \vec{A}$
- (d) Het snelheidsveld snijdt het gebied van het vlak.

## Flux van het elektrisch veld



- Beschouw een *Gaussisch oppervlak* in een niet-homogeen elektrisch veld  $\vec{E}$  → Deze oppervlakte verdelen we in een groot aantal kleine vierkantjes  $\Delta\vec{A}$ 
  - Elke vector  $\Delta\vec{A}$  staat loodrecht op het Gaussisch oppervlak en is weg gericht van de binnenkant vd oppervlakte
  - Elke opp is benaderend vlak (zo klein dat het bijna vlak is)
  - Het elekt. veld  $\vec{E}$  is constant over een gegeven vierkantje
  - De vectoren  $\Delta\vec{A}$  en  $\vec{E}$  van elk vierkantje maken een bepaalde hoek  $\theta$  met elkaar  
 $\Rightarrow \phi = \sum \vec{E} * \Delta\vec{A}$
- De exacte definitie wordt gevonden door de vierkantjes in de figuur op de vorige blz steeds kleiner en kleiner te maken → door de limiet te nemen  
 $\Rightarrow \phi = \oint \vec{E} * d\vec{A} = \underline{\text{elektrische flux doorheen een Gaussisch oppervlak}}$   
 Eenheid:  $N * m^2 / C$
- De elektrische flux doorheen een Gaussisch oppervlak is proportioneel met het netto aantal elektrische veldlijnen die door dat oppervlak gaan
- Bv. Cilinder in een homogeen veld

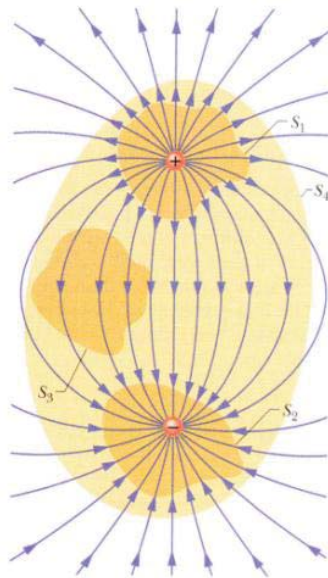


- Een cilindrisch Gaussisch oppervlak met een homogeen elektrisch veld
- We verdelen het Gaussisch oppervlak in 3 delen: linkerschijf a, cilinder oppervlakte b, rechterschijf c
- $\phi = \oint \vec{E} * d\vec{A} = \int_a \vec{E} * d\vec{A} + \int_b \vec{E} * d\vec{A} + \int_c \vec{E} * d\vec{A}$
- $\int_a \vec{E} * d\vec{A} = \int E(\cos 180^\circ) * dA = -E \int dA = -EA$   $\cos 180^\circ = -1$
- $\int_c \vec{E} * d\vec{A} = \int E(\cos 0^\circ) * dA = E \int dA = EA$   $\cos 0^\circ = 1$

- $\int_b \vec{E} * d\vec{A} = \int E(\cos 90^\circ) * dA = 0$   $\cos 90^\circ = 0$ 
  - ⇒  $\phi = \oint \vec{E} * d\vec{A} = -EA + EA + 0 = 0$
  - ⇒ Dit is geen verrassend antwoord omdat het aantal veldlijnen die naar binnen gaan gelijk zijn ah aantal veldlijnen die naar buiten gaan (ze komen binnen door opp a en gaan door opp c weer naar buiten → dit geeft een netto flux van 0)

## Wet van Gauss

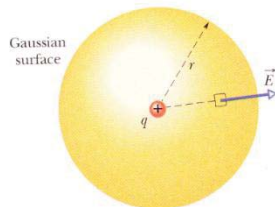
- De **wet van Gauss** relateert de netto flux  $\phi$  van een elektrisch veld door een gesloten Gaussisch oppervlak met de netto ingesloten lading →  $\epsilon_0 \phi = q_{ingst}$
- De elektrische flux door een Gaussisch oppervlak is evenredig met de netto ingesloten lading
  - $\epsilon_0 \oint \vec{E} * d\vec{A} = q_{ingst}$
  - Met  $q$  = netto-lading binnen het opp (de netto lading die wordt omsloten dr het opp) en  $\vec{E}$  = veld veroorzaakt dr alle ladingen, dus zowel de ladingen binnen als buiten het opp
  - Als  $q$  positief is, dan is de netto flux naar buiten gericht (outward) en als  $q$  negatief is, dan is de netto flux naar binnen gerichte (inward)
- Twee puntladingen, gelijk in grootte, maar met een tegengesteld teken en hun netto elektrisch veld:



- Oppervlakte S1: opp. met positieve netto-lading: alle veldlijnen wijzen nr buiten →  $\phi > 0$  en  $q > 0$
- Oppervlakte S2: opp. met negatieve netto-lading: alle veldlijnen wijzen nr binnen →  $\phi < 0$  en  $q < 0$
- Oppervlakte S3: opp. zonder lading ( $q = 0$ ):  $\phi = 0$ ; de veldlijnen komen langs boven binnen en gaan er langs onder weer uit (aantal veldlijnen naar binnen = aantal veldlijnen naar buiten)
- Oppervlakte S4: opp. met netto-lading = 0: want de pos. lading is even groot als de neg. lading die in dit opp voorkomen →  $\phi = 0$ ; aantal veldlijnen naar binnen = aantal veldlijnen naar buiten

## Wet van Gauss en Wet van Coulomb

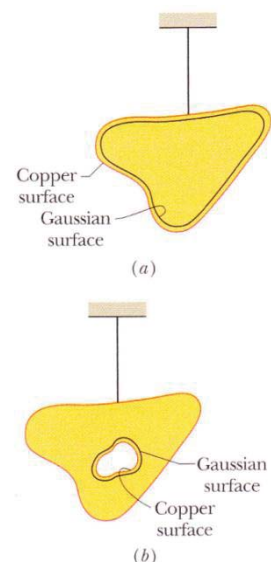
- De *wet van Gauss* en de *wet van Coulomb* zijn twee verschillende manieren om de relatie tussen de elektrische lading en een elektrisch veld in statische situaties te beschrijven
- We kunnen de wet van Coulomb afleiden uit de wet van Gauss met enkele symmetrie overwegingen
- Beschouw een positieve puntlading  $q_1$  en een bolvorming Gaussisch oppervlak gecentreerd rond deze lading:



- Door de symmetrie van de bol weten we dat in elk punt van de bol het elektrisch veld  $\vec{E}$  loodrecht staat op het oppervlak en dat het elektrisch veld weg gericht is van de binnenkant.
- We weten ook dat de oppervlakte vector  $d\vec{A}$  in elk punt loodrecht op de bol staat en dat deze vector ook naar buiten is gericht, weg van de binnenkant
- Dus de hoek tussen  $d\vec{A}$  en  $\vec{E}$  is gelijk aan 0 ( $\cos 0^\circ = 1$ )  
 $\rightarrow \epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 \oint E \cdot dA = q$
- Het elektrisch veld is constant  $\rightarrow \epsilon_0 E \oint dA = q$
- Oppervlakte van een bol =  $4\pi r^2 \rightarrow \epsilon_0 E (4\pi r^2) = q$
- Als we dit herschrijven  $\rightarrow E = \frac{q}{\epsilon_0 (4\pi r^2)}$  = elektrisch veld agv een puntlading  
 $\rightarrow F = E \cdot q_0 = \frac{q \cdot q_0}{\epsilon_0 (4\pi r^2)}$  = Wet van Coulomb

## Een geïsoleerde geleider

- Geïsoleerde geleider:
  - Geleider: lading kan vrij bewegen
  - Geïsoleerd: lading kan niet weg
- Lading aangebracht op een geïsoleerde geleider, bevindt zich steeds aan het buitenoppervlak. Er zal geen lading binnenin gevonden worden
- In een *geleider* bij evenwicht is het elektrisch veld gelijk aan 0  
 $\rightarrow$  Dan geldt voor een willekeurig Gaussisch oppervlak in de geleider:  
 $\oint E \cdot dA = q = 0 \rightarrow$  de flux doorheen het Gaussisch opp = 0  
 $\rightarrow$  de lading kan niet in het Gaussisch oppervlak liggen  $\rightarrow$  dus moet het op het buitenoppervlak liggen
- Ook voor *holle geleiders*:  
We tekenen een Gaussisch oppervlak juist rond de holte  
 $\rightarrow \vec{E} = 0$  binnen de geleider, dus kan er geen flux doorheen dit nieuwe Gaussisch oppervlak gaan  $\rightarrow$  Ook geen lading doorheen deze oppervlakte  
 $\rightarrow$  Al de lading ligt op het buitenoppervlak



## Toepassing van de wet van Gauss: Cilindrische symmetrie

- Een *Gaussisch oppervlak* in de vorm van een *gesloten cilinder*, rond een gedeelte van een heel lange, uniform geladen, cilindrische plastieken staaf

- Dus beschouw: een oneindige lange staaf met ladingdichtheid  $\lambda$  en een cilindrisch Gaussisch opp.

- Het cilindrisch Gaussisch oppervlak voldoet aan symmetrie en is gesloten.

(Symmetrie: als je je ogen dichtdoet, en iemand draait eraan, dan zal je geen verschil zien als je je ogen terug opendoet)

- In elk punt van het cilindrische deel van het Gaussisch oppervlak moet  $\vec{E}$  dezelfde grootte  $E$  hebben en (voor een positief geladen staaf) moet het naar buiten gericht zijn

- De richting van het elektrische veld is naar buiten van de ladingslijn als de lading positief is, en het elektrische veld is naar binnen gericht als de lading negatief is

- De oppervlakte van de cilinder is gelijk aan  $A = 2\pi r * h$

- De flux van  $\vec{E}$  door dit cilindrisch oppervlak  $= \phi = EA * \cos \theta$

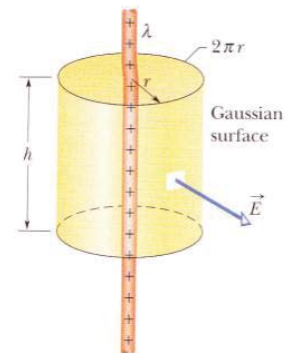
$$= E * (2\pi r h) * \cos 0^\circ = E(2\pi r h) \quad (0^\circ \text{ want } \vec{A} \text{ valt samen met } \vec{E})$$

- De ingesloten lading  $= \lambda h$

- Wet van Gauss  $\rightarrow \epsilon_0 \oint \vec{E} * d\vec{A} = q_{\text{ingesloten}} \rightarrow \epsilon_0 \phi = \lambda h \rightarrow \epsilon_0 E(2\pi r h) = \lambda h$

$$\rightarrow E = \frac{\lambda h}{\epsilon_0 2\pi r h} = \frac{\lambda}{\epsilon_0 2\pi r} \rightarrow \text{Herschrijven als: } \vec{E} = \frac{\lambda}{\epsilon_0 2\pi r} * \vec{e}_r$$

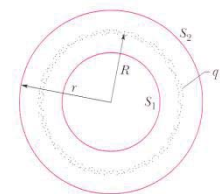
= Het elektrische veld als een gevolg van een oneindig lange, rechte lijn van lading, in een punt, gelegen op een afstand  $r$  van de lijn.



## Toepassing van de wet van Gauss: Sferische symmetrie

- 2 theorema's:

1. Een homogene bolvormige ladingslaag gedraagt zich alsof de lading geconcentreerd is in het middelpunt
2. Een homogene bolvormige ladingslaag oefent geen kracht uit op de geladen deeltjes binnenin



- Lading op een bol:

- Een klein, homogeen (uniform geladen), bolvormige ladingslaag (schil) met een totale lading  $q$ , in de doorsnede. Twee Gaussische oppervlaktes  $S_1$  en  $S_2$  worden ook getoond, in de doorsnede. Oppervlakte  $S_2$  sluit de schil in en  $S_1$  sluit enkel het lege binnenste van de schil in.

1. De wet van Gauss voor oppervlakte  $S_2$ , waar  $r \geq R \rightarrow \int_{S_2} \vec{E} d\vec{A} = E * 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow$

$$E = \frac{q}{\epsilon_0 (4\pi r^2)} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

Veld aan de buitenkant is hetzelfde als het veld opgezet door een puntlading  $q$  in het centrum van de bolvormige ladingslaag. (1<sup>ste</sup> theorema)

2. De wet van Gauss voor oppervlakte  $S_1$ , waar  $r < R \rightarrow \int_{S_1} \vec{E} d\vec{A} = 0 \rightarrow E = 0$

Want dit Gaussisch oppervlakte omsluit geen lading. Dus als een geladen deeltje omsloten wordt door de bolvormige ladingslaag, dan zal de ladingslaag geen elektrostatische kracht uitoefenen op dat deeltje. (2<sup>de</sup> theorema)

## Samenvatting 3

- **De wet van Gauss:**
  - De wet van Gauss en de wet van Coulomb zijn twee verschillende manieren om de relatie tussen de elektrische lading en een elektrisch veld in statische situaties te beschrijven
  - De wet van Gauss is:  $\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q$  of  $\epsilon_0 \phi = q$ 
    - $q$  = ingesloten netto-lading van een Gaussisch oppervlak (een willekeurig gesloten oppervlakte)
    - $\phi$  = de netto-flux van een elektrisch veld door de oppervlakte  
 $\phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$
  - De wet van Coulomb kan afgeleid worden uit de wet van Gauss
- **Toepassingen van de wet van Gauss:**
  - Door de wet van Gauss en symmetrieargumenten te gebruiken, kunnen we een aantal belangrijke resultaten afleiden in elektrostatische situaties:
    - De lading bij een geïsoleerde geleider ligt volledig in het buitenste oppervlak van de geleider
    - Binnen een geleider is het elektrisch veld gelijk aan 0
    - Een homogene bolvormige ladingslaag:
      - Het elektrisch veld buiten een bolvormige ladingslaag met een straal  $R$  en een totale lading  $q$  is radiaal gericht en heeft een grootte:  
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$
        - $r$  = afstand van het middelpunt van de ladingslaag tot het punt waar het elektrisch veld gemeten wordt
        - De lading gedraagt zich, voor externe punten, alsof ze allemaal in het middelpunt gelegen zijn → een homogene bolvormige ladingslaag gedraagt zich alsof de lading geconcentreerd is in het middelpunt
      - Het elektrisch veld binnen een homogene bolvormige ladingslaag is gelijk aan 0:  $E = 0$

## 4 Elektrische potentiaal

### Inleiding

- Conservatieve kracht → als er potentiële energie mee geassocieerd is (pot E kan alleen gedefinieerd worden voor een conservatieve kracht)
- Dit is belangrijk omdat dan  $E_{pot} + E_{kin} = cte$  geldt. (principe van het behoud van mechanische energie in gesloten systeem, waar kracht op uitgewerkt wordt)
- Potentiële energie =  $E_{pot}$  = de energie die we kunnen associëren met de configuratie van een systeem van voorwerpen die krachten op elkaar uitoefenen
- Voor een *verandering* in de systeemconfiguratie:  $\Delta E_p = E_p^2 - E_p^1 = -W_{12} = -\int_1^2 \vec{F} d\vec{s}$
- Arbeid W geleverd door een conservatieve kracht is onafhankelijk van het gevolgde pad
- Bv. zwaartekracht = een conservatieve kracht
  - Voorwerp in de lucht gooien
    - Op  $h = 0m$ :  $E_p = 0$  en  $E_k = max$ .
    - Op het hoogste punt (wnr  $v = 0$ ):  $E_p = max$  en  $E_k = 0$  (initiële  $E_k$  is volledig omgezet in  $E_p$ )
    - $E_p + E_k = cte \rightarrow \Delta E_p + \Delta E_k = 0$
    - Als het voorwerp naar beneden valt:  $E_p$  daalt en  $E_k$  stijgt

### Elektrische potentiële energie

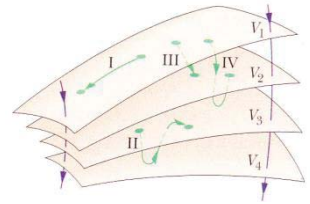
- Elektrische potentiële energie U → als een elektrostatische kracht tussen 2 of meer geladen deeltjes werkt (elektrostatische kracht = conservatieve kracht)
- Een *verandering* van initiële situatie naar een verschillende finale situatie:
$$\Delta U = U_f - U_i = -W$$
- Bij het verplaatsen van een puntlading  $q_1$  van punt 1 naar punt 2 levert de Coulombkracht arbeid:  $E_p^2 - E_p^1 = -W_{12} = -\int_1^2 q_1 \vec{E} d\vec{s}$

### Elektrische potentiaal

- De elektrische potentiaal van een punt in een elektrisch veld = potentiële energie per ladingseenheid in dat punt:  $V = \frac{E_{pot}^{q_1}}{q_1} = \frac{U}{q}$  (niet in Form!)
- We kunnen *enkel het verschil definiëren* tussen 2 toestanden → soms wordt toestand 1 =  $\infty$  genomen
- Potentiaalverschil tussen 1 punten (elektrische spanning)
$$V_2 - V_1 = \frac{E_{pot}^{q_1}(\text{punt 2})}{q_1} - \frac{E_{pot}^{q_1}(\text{punt 1})}{q_1} = \frac{-W_{12}}{q_1} = -\int_1^2 \vec{E} d\vec{s}$$
  - Als punt 1 =  $\infty \rightarrow E_{pot}^{q_1}(\infty) = 0 \rightarrow V = \frac{-W_{\infty 2}}{q_1}$
- Als  $W_{12} > 0 \rightarrow \Delta V < 0 \rightarrow V_2 < V_1$   
Als  $W_{12} < 0 \rightarrow \Delta V > 0 \rightarrow V_2 > V_1$
- Eenheid: Volt = Joule/Coulomb

## Equipotentiaaloppervlakken

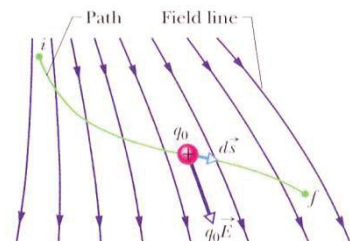
- Equipotentiaaloppervlak = een oppervlak waar  $V$  in elk punt hetzelfde is (alle punten dezelfde potentiaal)
- Op een equipotentiaalopp. is  $W = 0$  ( $V_2 - V_1$  met  $V_1 = V_2$ )
- Op de tekening: vier paden:  $W_I = 0$ ;  $W_{II} = 0$ ;  $W_{III} \neq 0$ ;  $W_{IV} \neq 0$
- EX: Equipotentiaalvlakken kunnen niet snijden
- De equipotentiaaloppervlakten staan loodrecht op de veldlijnen, dus ook loodrecht op het elektrisch veld  $\rightarrow S_{V=cte} \perp \vec{E}$



- - ⇒ Elektrische veldlijnen (paars) en doorsnedes van equipotentiaaloppervlakten (oranje) voor een homogeen elektrisch veld (a); een veld als gevolg van een puntlading (b) en een veld als gevolg van een dipool (c)

## Potentiaal afleiden uit het veld

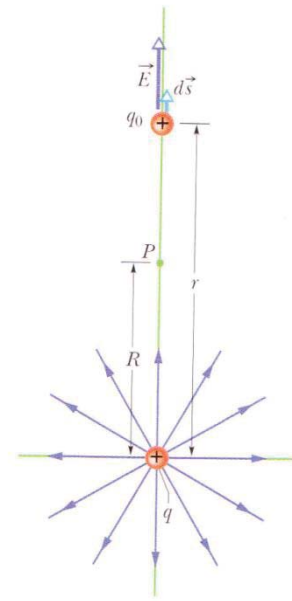
- Een testlading  $q_0$  beweegt van punt  $i$  naar punt  $f$  over het pad, dat getoond wordt (niet-homogeen elektrisch veld)
- Bij een elementaire verplaatsing  $\vec{ds}$  levert  $\vec{E}$  de elementaire arbeid
 
$$dW = \vec{F} d\vec{s} \rightarrow \vec{F} = q_0 \vec{E} \rightarrow dW = q_0 \vec{E} d\vec{s}$$
- Om de totale arbeid  $W$  uitgeoefend op een deeltje door het veld als het deeltje beweegt van punt  $i$  tot punt  $f$  te vinden, moeten we de integraal nemen over alle verplaatsingen  $d\vec{s}$  over het pad:  $W = q_0 \int_i^f \vec{E} d\vec{s}$
- Met  $V_f - V_i = \frac{-W}{q_0} = - \int_i^f \vec{E} d\vec{s}$
- Als we punt  $i$  zo kiezen dat  $V_i = 0 \rightarrow V = - \int_i^f \vec{E} d\vec{s}$





## Potentiaal als gevolg van een puntlading

- Een positieve puntlading  $q$  produceert een elektrisch veld  $\vec{E}$  en een elektrisch potentiaal  $V$  in het punt  $P$ . We vinden de potentiaal door een testlading  $q_0$  van punt  $P$  naar het oneindige te verplaatsen. De testlading ligt op een afstand  $r$  van de puntlading.
- $V_P - V_\infty = V_P = - \int_\infty^P \vec{E} d\vec{s} = - \int_\infty^P E \cdot \cos 0^\circ d\vec{s} = - \int_\infty^P E d\vec{s}$   
En  $ds = dr \rightarrow V_P = - \int_\infty^R E dr$   
We weten dat  $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$   
 $\rightarrow V_P = - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_\infty^R \frac{1}{r^2} dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$  voor positieve puntlading  $q$
- En  $V_P = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$  voor negatieve puntlading  $q$   
 $\rightarrow$  het teken van  $V$  is gelijk aan het teken van  $q$ :  
Een positief geladen deeltje produceert een positieve elektrische potentiaal en een negatief geladen deeltje produceert een negatieve elektrische potentiaal



## Potentiaal als gevolg van een groep van puntladingen

- Superpositieprincipe:

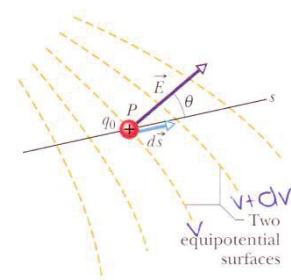
$$V = - \int_\infty^f \vec{E}_{tot} \cdot d\vec{s} = - \int_\infty^f \left( \sum_{i=1}^n \vec{E}_i \right) \cdot d\vec{s} = - \sum_{i=1}^n \left( \int_\infty^f \vec{E}_i \cdot d\vec{s} \right) = \sum_{i=1}^n (V_i)$$

(\*: integraal van een som = som van de integralen)

- Voor discrete ladingsverdeling:  $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}$
- Voor continue ladingsverdeling:  $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}$

## Berekenen van een veld uit de potentiaal (E berekenen uit V)

- Een positieve testlading  $q_0$  beweegt over een afstand  $\vec{ds}$  van de ene equipotentiaaloppervlakte naar een ander (de stippelijnen stellen equipotentiaal oppervlaktes voor). Deze verplaatsing  $\vec{ds}$  maakt een hoek  $\theta$  met de richting van het elektrische veld  $\vec{E}$   
 $\rightarrow$  Verplaatsing van  $V$  naar  $V + dv =$  van equipotentiaaloppervlakte  $V$  naar equipotentiaaloppervlakte  $V + dv$



- Er geldt:  $\Delta V = \frac{-W}{q_0} \rightarrow dW = -q_0 dV$  (def. Potentiaal) En

anderzijds geldt:  $dW = q_0 \vec{E} d\vec{s}$

$\rightarrow -q_0 dV = q_0 \vec{E} d\vec{s} \rightarrow -dV = E \cdot \cos \theta ds$

$$E \cdot \cos \theta = \text{projectie van } E \text{ op } S = E_s$$

$\rightarrow -dV = E_s ds \rightarrow E_s = - \frac{dV}{ds} = - \frac{\delta V}{\delta s} = - \frac{\delta V(x,y,z)}{\delta s}$

$\rightarrow E_x = - \frac{\delta V}{\delta x}; E_y = - \frac{\delta V}{\delta y}; E_z = - \frac{\delta V}{\delta z}$

$\rightarrow \vec{E} = \left( - \frac{\delta V}{\delta x}; - \frac{\delta V}{\delta y}; - \frac{\delta V}{\delta z} \right) = - \vec{\nabla} V(x, y, z)$